

## فرایندهای تصادفی، تمرین یک،

### فصل بهار سال یک هزار و چهار صد

#### دانشکده علم رایانه و فناوری اطلاعات، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

۱- مثال صفحه ۶۰ بخش اول زنجیره مارکوف را در نظر بگیرید. کدی را برای انجام محاسبات در قدم‌های طولانی و با احتمال آغاز متفاوت بنویسید و گزارش کنید. همچنین گزارش کنید با ماتریس پایین و استفاده از روش‌های تصاعد هندسی در مقادیر بالای تعداد گام‌ها معادله به چه مقداری بر اساس  $p$  و  $q$  خواهد رسید.

$$P = \begin{bmatrix} p & 1-p \\ q & 1-q \end{bmatrix}$$

۲- فرض کنید  $X_0$  تعداد دانشجویان ثبت‌نامی در درس فرایند تصادفی در نخستین فصل عرضه درس مذکور است. دانشجویان لابد در این درس شرکت می‌کنند تا نمره قبولی را دریافت کنند. در صورتی که در درس نمره قبولی نگیرند، درس را در فصل بعد عرضه خواهند گرفت تا شاید شواهد قبول شوند و در صورت رد شدن دوباره، این کار را تا قبولی تکرار خواهند کرد. فرض کنید احتمال قبولی دانشجو در  $n$ -امین بار برابر  $p_n$  است.  $X_n$  تعداد دانشجویان رد شده در دفعه  $n$ -ام باشد آنگاه  $X_{n+1} = X_n - f_{n+1}(X_n)$  تعداد نمایشگر تعداد قبولی‌های آزمون بار  $n+1$  است. احتمال شرطی قبولی  $i$  نفر در مرحله  $n+1$  با ثبت نام  $X_n = i$  را با استفاده از زنجیره مارکوف بدست آورید. راهنمایی- از توزیع دوجمله‌ای بهره ببرید.

۳- زنجیره مارکوف زمان گسسته را در نظر بگیرید. زمان اقامت (sojourn time) در حالت  $j$  را برابر تعداد مراحل متوالی است که متغیر تصادفی در این حالت خواهد بود قبل از اینکه به حالت دیگری منتقل شود. احتمال انتقال هر حالت به خود  $P_{j,j}$  بنابراین احتمال به حالت دیگر برابر  $1 - P_{j,j}$  است. ناگفته پیداست ماندن یا رفتن به زمان ماندن قبلی در حالتی به ماندن‌های قبلی به دلیل خاصیت مارکوفی هست. بنابراین تعداد ماندن‌های مرحله‌ای که در حالت  $j$  قبل از رفتن به حالت متفاوت دیگر خود متغیری تصادفی است. به نظر شما این متغیر تصادفی دارای چه نوع توزیعی است و چه مقداری را داراست. میانگین آن را حساب کنید.

۴- زنجیره مارکوف زمان گسسته با  $N$  حالت با احتمال انتقال‌های  $P_{j,j} = 1 - \frac{1}{j}$  و  $P_{j,1} = \frac{1}{j}$  بازگشتی و بازگشتی مثبت بودن را تحقیق کنید. ب- میانگین زمان اقامت هر حالت را گزارش کنید. ج- احتمال‌های هر حالت را در زمان طولانی شبیه‌سازی کنید. حالت اولیه جهت شبیه‌سازی می‌تواند هر کدام از  $N$  حالت باشد.

کپی برداری- نمره منفی و از دست دادن کل نمره

ذکر منابع به شیوه ارجاع در متن

کدها توضیح‌دار باشند. همچنین، به همراه مستندی که کد توابع و الگوریتم را و همچنین محیط و نحوه اجرای آن‌ها را مشخص کند. نتایج بدست آمده را با نمودار و توضیحات تحلیل کنید.

مهلت تا آخر ۷ خرداد ۱۴۰۰

۱- نام: fartas.iasbs@gmail.com

عنوان: «فرایند تصادفی- تمرین یک»

فایل متنی: قالب پی‌دی‌اف

نام فایل: FT-T1-NamKhanevadeghi\_Nam.pdf

